**МАТЕМАТИКА**

**Циљ** учења Математике је да ученик, усвајајући математичке концепте, знања, вештине и основе дедуктивног закључивања, развије апстрактно и критичко мишљење, способност комуникације математичким језиком и примени стечена знања и вештине у даљем школовању и решавању проблема из свакодневног живота, као и да формира основ за даљи развој математичких појмова.

ОПШТА ПРЕДМЕТНА КОМПЕТЕНЦИЈА

Учењем математике ученик је оспособљен да мисли математички, овладао је математичким знањима и концептима и критички анализира мисаоне процесе, унапређује их и разуме како они доводе до решења проблема. Развио је истраживачки дух, способност критичког, формалног и апстрактног мишљења, као и дедуктивно и индуктивно мишљење и размишљање по аналогији. Развио је способност математичке комуникације и позитивне ставове према математици и науци уопште. Ученик примењује математичка знања и вештине за решавање проблема из природних и друштвених наука и свакодневног живота, као и у професионалној сфери. Оспособљен је да стечена знања и вештине користи у даљем школовању.

Основни ниво

Ученик решава једноставнe математичке проблеме и описује основне природне и друштвене појаве. На основу непосредних информација ученик уочава очигледне законитости, доноси закључке и директно примењује одговарајуће математичке методе за решавање проблема. Израчунава и процењује метричке карактеристике објеката у окружењу. Процењује могућности и ризике у једноставним свакодневним ситуацијама. Ученик користи основне математичке записе и симболе за саопштавање решења проблема и тумачи их у реалном контексту.

Средњи ниво

Ученик решава сложеније математичке проблеме и описује природне и друштвене појаве. Оспособљен је да формулише питања и претпоставке на основу доступних информација, решава проблеме и бира одговарајуће математичке методе. Користи информације из различитих извора, бира критеријуме за селекцију података и преводи их из једног облика у други. Анализира податке, дискутује и тумачи добијене резултате и користи их у процесу доношења одлука. Ученик просторно резонује (представља податке о просторном распореду објеката сликом или на менталном плану).

Напредни ниво

Ученик решава сложене математичке проблеме и описује комплексне природне и друштвене појаве. Разуме математички језик и користи га за јасно и прецизно аргументовање својих ставова. Комплексне проблеме из свакодневног живота преводи на математички језик и решава их. Користи индукцију, аналогију, дедукцију и правила математичке логике у решавању математичких проблема и извођењу закључака. Користи методе и технике решавања проблема, учења и откривања која су базирана на знању и искуству за постављање хипотеза и извођење закључака.

СПЕЦИФИЧНА ПРЕДМЕТНА КОМПЕТЕНЦИЈА

Специфична предметна компетенција разврстана је у три домена: Математичко знање и резоновање, Примена математичких знања и вештина на решавање проблема и Математичка комуникација.

Основни ниво

*Домен 1. Математичко знање и резоновање*

Уочава правилности у низу података и догађаја. Уочава и тумачи међусобне односе (повезаност, зависност, узрочност) података, појава и догађаја. Разуме основне статистичке појмове и препознаје их у свакодневном животу.

*Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема*

Примењује једноставне математичке процедуре када су сви подаци непосредно дати. Израчунава и процењује растојања, обиме, површине и запремине објеката у равни и простору. Израчунава вероватноћу одигравања догађаја у једноставним ситуацијама. Доноси финансијске одлуке на основу израчунавања прихода, расхода и добити.

*Домен 3. Математичка комуникација*

Комуницира математичким језиком који се састоји од појмова, ознака, фигура и графичких репрезентација и разуме захтеве једноставнијих математичких задатака. Саопштава решења проблема користећи математички језик на разне начине (у усменом, писаном или другом облику) и разуме изјаве изражене на исти начин. Тумачи изјаве саопштене математичким језиком у реалном контексту.

Средњи ниво

*Домен 1. Математичко знање и резоновање*

Формулише математичка питања и претпоставке на основу доступних информација. Бира критеријуме зa селекцију и трансформацију података у односу на модел који се примењује. Бира математичке концепте за описивање природних и друштвених појава. Представља сликом геометријске објекте, упоређује карактеристике и уочава њихове међусобне односе.

*Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема*

Уме да примени математичка знања у анализи природних и друштвених појава. Бира оптималне опције у животним и професионалним ситуацијама користећи алгебарске, геометријске и аналитичке методе. Уме да примени математичка знања у финансијским проблемима. Анализира податке користећи статистичке методе.

*Домен 3. Математичка комуникација*

Разуме захтеве сложенијих математичких задатака. Бира информације из различитих извора и одговарајуће математичке појмове и симболе како би саопштио своје ставове. Дискутује о резултатима добијеним применом математичких модела. Преводи математичке формулације на свакодневни језик и обратно.

Напредни ниво

*Домен 1. Математичко знање и резоновање*

Користи индукцију, аналогију и дедукцију у доказивању математичких тврђења и у анализирању математичких проблема. Користи законе математичке логике и одговарајуће математичке теорије за доказивање и вредновање ставова и тврдњи формулисаних математичким језиком. На основу података добијених личним истраживањем или на други начин формулише питања и хипотезе.

*Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема*

Уме да примени математичка знања у анализи комплексних природних и друштвених појава. Бира и развија оптималне стратегије за решавање проблема.

*Домен 3. Математичка комуникација*

Користи математички језик при изношењу и аргументацији својих ставова и разуме захтеве сложених математичких проблема. Може да дискутује о озбиљним математичким проблемима.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Разред | **Четврти** | |
| Недељни фонд часова | **5 часа** | |
| Годишњи фонд часова | **165 часова** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **СТАНДАРДИ** | **ИСХОДИ**  По завршетку разреда ученик ће бити у стању да: | **ТЕМА** и  кључни појмови садржаја програма |
| 2МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други.  2МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.  2MA.1.1.3. Примењује правила заокругљивања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама.  2MA.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе.  2MA.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се своде на линеарне и квадратне једначине.  2МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се своде на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.  2МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се своде на систем две линеарне једначине са две непознате.  2МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их.  2МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни.  2МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса.  2МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту).  2МА.1.3.4. У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја.  2МА.1.4.1. Пребројава и процењује број могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама.  2МА.1.4.3. Разуме концепт вероватноће, израчунава и процењује вероватноће догађаја у једноставним ситуацијама.  2МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу.  2МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод.  2МА.2.1.3. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.  2.МА.2.1.4. Рачуна са приближним бројевима и процењује грешку.  2MA.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.  2MA.2.1.6. Решава проблеме који се своде на једначине у којима се појављују елементарне функције.  2МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине.  2МА.2.1.8. Решава проблеме који се своде на системе линеарних једначина са највише три непознате.  2МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције).  2МА.2.2.3. Решава проблеме користећи једначину праве и криве другог реда.  2МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса.  2МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност...).  2МА.2.3.5. Разуме концепт непрекидности и израчунава једноставне граничне вредности функција.  2МА.2.3.6. Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама.  2МА.2.3.7. Решава проблеме минимума и максимума користећи извод функције.  2МА.2.3.8. Разуме концепт одређеног интеграла и његову примену у једноставнијим ситуацијама.  2МА.2.4.1. Примењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина).  2МА.2.4.3. Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију (варијансу).  2МА.2.4.4. Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података.  2МА.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела.  2MA.3.1.2. Израчунава вредност бројевног израза користећи својства операција и функција.  2MA.3.1.3. Трансформише алгебарске изразе, доказује једнакости и неједнакости.  2МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција.  2МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина.  2МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема.  2МА.3.3.4. Израчунава граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција.  2МА.3.3.5. Решава проблеме и доноси закључке анализирајући функције користећи диференцијални рачун.  2МА.3.3.6. Решава проблеме применом интегралног рачуна (површине равних фигура, запремине тела, дужине кривих, функција расподеле и својства случајних променљивих).  2МА.3.4.2. Решава проблеме и доноси закључке и одлуке у ситуацијама неизвесности користећи методе вероватноће и статистике.  2.МА.3.4.3. Зна појам функције расподеле, појам непрекидне случајне величине и нормалне расподеле. | * користи основна својства функција (домен, периодичност, парност, монотоност, нуле, знак...); * одреди сложену и инверзну функцију; * скицира графике основних елементарних функција; * израчуна граничне вредности функција; * одреди асимптоте функције; * решава проблеме користећи својства непрекидности функција; * израчуна извод функције по дефиницији, као и применом правила диференцирања; * примени диференцијални рачун на решавање различитих проблема, укључујући екстремалне и друге проблеме оптимизације у природним и друштвеним наукама и свакодневном животу; * испита ток и скицира график функције; * изабере одговарајући метод и одреди неодређени интеграл; * примени одређени интеграл на решавање различитих проблема; * одреди вероватноћу случајног догађаја; * одреди очекивану вредност и дисперзију случајне величине; * изврши мање статистичко истраживање, обради резултате, прикаже их и интерпретира; * одреди Лагранжов интерполациони полином који одговара датој таблици и процени грешку интерполације; * одреди приближно решење једначине методом половљења сегмента и тангенте, и модификованом методом сечице; * процени грешку приближног решења једначине; * анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; * користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења; * доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака; * проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту; * користи дигиталне математичке алате при решавању проблема. | **ФУНКЦИЈЕ**  Важнији појмови и својства реалних функција реалне променљиве.  Сложена функција.  Инверзна функција.  Преглед основних елементарних функција.  Гранична вредност функције. Непрекидност функције (геометријски смисао).  Асимптоте. |
| **ИЗВОД ФУНКЦИЈЕ**  Прираштај функције. Извод функције (проблем тангенте и брзине). Основне теореме о изводу, изводи елементарних функција. Лагранжова теорема. Лопиталово правило.  Диференцијал и његова примена код апроксимације функција.  Испитивање функције и њен график.  Примена извода на екстремалне проблеме. |
| **ИНТЕГРАЛ**  Неодређени интеграл. Таблица интеграла и основна правила.  Метод смене променљиве, метод парцијалне интеграције.  Одређени интеграл, Њутн-Лајбницова формула.  Примене одређеног интеграла. |
| **ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА**  Случајни догађаји. Вероватноћа. Условна вероватноћа и независност. Биномна вероватноћа. Случајне величине.  Популација, обележје и узорак. Очекивана вредност и дисперзија. Прикупљање, сређивање, графичко приказивање и нумеричка обрада података.  Оцене вероватноће, средње вредности и дисперзије. Биномна, Пуасонова и нормална расподела. |
| **ЕЛЕМЕНТИ НУМЕРИЧКЕ МАТЕМАТИКЕ**  Општи задатак интерполације. Линеарна и квадратна интерполација. Лагранжова интерполациона формула.  Локализација и изоловање решења. Појам приближног решења једначине. Метода половљења сегмента. Модификована метода сечице. Метода тангенте. |

**УПУТСТВО ЗА ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКО ОСТВАРИВАЊЕ ПРОГРАМА**

Основа за писање исхода и избор садржаја били су програми математике за претходне разреде, стандарди постигнућа ученика за крај обавезног основног и општег средњег образовања, међупредметне компетенције, циљ учења Математике као и чињеница да се учењем математике ученици оспособљавају за: решавање разноврсних практичних и теоријских проблема, комуникацију математичких језиком, математичко резоновање и доношење закључака и одлука. Сам процес учења математике има своје посебности које се огледају у броју година изучавања и недељног броја часова предмета и неопходности континуираног стицања и повезивања знања.

Наставници у својој свакодневној наставној пракси, треба да се ослањају на исходе, јер они указују шта је оно за шта ученици треба да буду оспособљени током учења предмета у једној школској години. Исходи представљају очекиване и дефинисане резултате учења и наставе. Остваривањем исхода, ученици усвајају основне математичке концепте, овладавају основним математичким процесима и вештинама, оспособљавају се за примену математичких знања и вештина и комуникацију математичким језиком. Кроз исходе се омогућава остваривање и међупредметних компетенција као што су комуникација, рад са подацима и информацијама, дигитална компетенција, решавање проблема, сарадња и компетенција за целоживотно учење.

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама. Приликом израде оперативних планова наставник распоређује укупан број часова предвиђен за поједине теме по типовима часова (обрада новог градива, утврђивање и увежбавање, понављање, проверавање и систематизација знања), водећи рачуна о циљу предмета и исходима.

Функције (35)

Извод функције (39)

Интеграл (30)

Вероватноћа и статистика (24)

Елементи нумеричке математике (25)

Напомена: За реализацију 4 писмена задатка (у трајању од по два часа), са исправкама, планирано је 12 часова.

1. ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Програм усмерава наставника да наставни процес конципира у складу са дефинисаним исходима, односно да планира како да ученици остваре исходе, и да изабере одговарајуће методе, активности и технике за рад са ученицима. Дефинисани исходи показују наставнику и која су то специфична знања и вештине која су ученику потребна за даље учење и свакодневни живот. Приликом планирања часа, исходе предвиђене програмом треба разложити на мање и на основу њих планирати активности за конкретан час. Треба имати у виду да се исходи у програму разликују, да се неки могу лакше и брже остварити, док је за одређене исходе потребно више времена, активности и рада на различитим садржајима. Исходе треба посматрати као циљеве којима се тежи током једне школске године. Наставу у том смислу треба усмерити на развијање компетенција, и не треба је усмерити само на остваривање појединачних исхода.

При обради нових садржаја треба се ослањати на постојеће искуство и знање ученика, и настојати, где год је то могуће, да ученици самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. Основна улога наставника је да буде организатор наставног процеса, да подстиче и усмерава активност ученика. Ученике треба упућивати да користе уџбеник и друге изворе знања, како би усвојена знања била трајнија и шира, а ученици оспособљени за примену у решавању разноврсних задатака.

На часовима треба комбиновати различите методе и облике рада, што доприноси већој рационализацији наставног процеса, подстиче интелектуалну активност ученика и наставу чини интересантнијом и ефикаснијом. Препоручује се коришћење интерактивних метода, пројектне, проблемске и истраживачке методе, рад на референтном тексту, (истраживање по кључним речима, појмовима, питањима), дискусију, дебату и др. Заједничка особина свих наведених метода је да оне активно ангажују ученика током наставе, а процес учења смештају у различите и разнолике контексте. Избор метода и облика рада, као и планирање активности ученика зависи од наставних садржаја које треба реализовати на часу и предвиђених исхода, али и од специфичности одређеног одељења и индивидуалних карактеристика ученика.

1. ОСТВАРИВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

**Функције**

У оквиру ове теме треба поновити и систематизовати стечена знања о функцијама које су обрађене у првом и другом разреду (линеарна, степена, квадратна, експоненцијална, логаритамска и тригонометријске функције) и направити добру основу за изучавање функција у четвртом разреду. Ученике треба подсетити и на основне појмове у вези са функцијама (домен, кодомен, 1-1, НА). Затим размотрити својства карактеристична за реалне функције једне реалне променљиве (ограниченост, парност и непарност, периодичност, нуле и знак, монотоност, график) и илустровати их на примерима функција које су ученицима познате. Подсетити ученике на појмове сложене и инверзне функције и илустровати их на познатим примерима. Детаљно навести својства основних елементарних функција. Инсистирати на томе да ученици познају графике наведених функција и користе их за илустрацију њихових својстава. На једноставнијим примерима илустровати конструкцију графика елементарних функција који се из графика основних могу добити транслацијом дуж координатних оса, осном симетријом у односу на *х*-осу, као и хомотетијом.

Граничну вредност (лимес) функције најпре илустровати примерима. Затим дати дефиниције у различитим случајевима и упоредити са познатом дефиницијом граничне вредности низа. Илустровати графички примере који доводе до асимптота. Извести аритметичка својства лимеса и увежбати њихово коришћење. Размотрити неке карактеристичне случајеве тзв. неодређених израза и увежбати њихово решавање. Извести најважније лимесе о понашању основних елементарних функција и обрадити примере који се своде на њих. Ученици треба да овладају и техником одређивања асимптота разних функција.

Непрекидност функције увести интуитивно, геометријски, и повезати са својствима њеног графика. Навести да је непрекидност функције у тачки њеног домена еквивалентна услову да је гранична вредност функције једнака вредности функције у тој тачки, као и да то својство имају све елементарне функције у свакој тачки у којој су дефинисане. Примену непрекидности илустровати у задацима где се нула функције не може eксплицитно одредити.

**Извод функције**

Ученике треба упознати с појмовима прираштаја независно променљиве и прираштаја функције и, полазећи од потребе дефинисања тренутне брзине кретања материјалне тачке и проблема одређивања тангенте на криву у датој тачки, дефинисати извод функције. Овај поступак се може демонстрирати и путем неког динамичког софтвера. Након тога дати примере одређивања неких извода елементарних функција по дефиницији и таблицу извода елементарних функција. Извести основне теореме о изводу. Ученици треба добро да увежбају одређивање извода функција коришћењем табличних извода и правила за налажење извода збира, разлике, производа, количника, сложене и инверзне функције. На неколико примера демонстрирати поступак налажења извода имплицитно задате функције. Увести појам извода вишег реда и увежбати његово одређивање.

Навести без доказа Ролову и Лагранжову теорему уз геометријску интерпретацију и њихове најважније последице. Применити их у различитим проблемима везаним за тангенту, решења једначина, доказима једнакости и неједнакости...

Увежбати одређивање граничних вредности коришћењем Лопиталових правила.

Уз појам диференцијала и његово геометријско значење треба указати и на његову примену код апроксимације функција.

Применом извода увежбати испитивање монотоности, одређивање локалних максимума и минимума и конвексности и конкавности функције. Посебну пажњу посветити испитивању функција и цртању њихових графика, трудећи се да се сва стечена знања о функцијама повежу у логичку целину (домен, парност, нуле, знак, асимптоте, монотоност, локални екстремуми, конвексност, превојне тачке и график).

Урадити разноврсне примере који се тичу примене извода функције у екстремалним проблемима из геометрије, проблемима оптимизације при одређивању максималног профита, минимума утрошеног материјала и слично.

**Интеграл**

Неодређени интеграл описати као операцију обратну налажењу извода и дати појам примитивне функције. Увести и на основу дефиниције (рачунањем извода) образложити таблицу основних неодређених интеграла, тј. примитивних функција за неке елементарне функције. Обратити пажњу на основне особине интеграла (извод неодређеног интеграла, неодређени интеграл изведене функције, адитивност и хомогеност неодређеног интеграла). Показати основне методе интеграљења као што су метода смене променљиве и метода парцијалне интеграције. Сменом променљиве, односно парцијалном интеграцијом израчунавати интеграле из појединих класа. Навести уз одговарајуће примере да, за разлику од диференцирања елементарних функција, интеграљење елементарних функција не мора бити изводиво у класи елементарних функција.

Полазећи од проблема површине као геометријског проблема са једне стране, и пређеног пута и рада силе као физичког проблема с друге стране, доћи до појма одређеног интеграла као граничне вредности интегралних сума. Описати основна својства одређеног интеграла (адитивност и хомогеност), као и везу са неодређеним интегралом (Њутн-Лајбницова формула, без доказа). Обрадити геометријске примене одређеног интеграла као што су површина криволинијског трапеза, дужина лука криве, површина и запремина ротационог тела, а такође примене у физици као што су израчунавање пређеног пута код задате функције брзине, израчунавање рада код кретања под дејством силе.

Мањи број задатака урадити применом калкулатора или одговарајућих софтвера.

Важно је да се у излагању ове теме на адекватан начин користе историјски подаци о настанку појма одређеног интеграла.

**Вероватноћа и статистика**

На почетку ове теме неопходно је укратко поновити најзначајније комбинаторне елементе (пермутације, варијације, комбинације, као и биномну формулу) са којима су се ученици упознали у оквиру предмета Дискретна математика.

Увод у елементарну теорију вероватноће подразумева дефинисање појма случајног догађаја и припадајућих појмова (елементарни догађај, простор елементарних догађаја, сигуран догађај, немогућ догађај, супротни догађај...) и њихову илустрацију на примерима разних експеримената (бацање новчића и коцкица, извлачење куглица и други примери). У оквиру увода треба приказати и на примерима илустровати припадајућу алгебру случајних догађаја (унија, пресек, комплемент случајних догађаја). Садржаји који следе су везани за дефиницију класичне вероватноће и израчунавање вероватноће случајних догађаја, са кратким историјским освртом. У току увежбавања, брзим експериментом у коме учествују сви ученици (на пример, окретањем једног новчића по 10 пута од стране сваког ученика) и акумулацијом добијених резултата (фреквенција) указати на суштински однос класичне и статистичке дефиниције вероватноће. Увежбавање искористити и да се, кроз једноставне конкретне примере, прикаже геометријска вероватноћа. Значајну пажњу посветити појмовима и примерима условне вероватноће и независности догађаја. На једноставнијим примерима упознати ученике са формулом тоталне вероватноће и Бајесовом формулом. Посматрајући вероватноће догађаја и њему супротног догађаја при узастопним понављањима експеримента, показати да се вероватноће случајних догађаја често одвијају по биномним законима. За овај део теме издвојити довољан број часова, водећи рачуна о занимљивости и применљивости одабраних примера.

Обраду теме наставити увођењем појма случајне величине и указивањем на појмове и примере случајних величина дискретног типа и случајних величина непрекидног типа. Указати на појмове популације, обележја и узорка и потребу дескриптивне обраде података посматрањем одређеног обележја. На конкретним примерима (сопствених истраживања или база података које је могуће наћи на интернету) показати поступке прикупљања, уређивања података, табличног и графичког приказивања изабраног обележја, дефинисати и демонстрирати израчунавање апсолутних и релативних фреквенција, мода, медијане, математичког очекивања, средњег апсолутног одступања, средњег квадратног одступања и стандардне девијације. Дати тумачење шта сваки од набројаних параметара суштински значи. Указати на разлике при дескриптивној анализи обележја дискретног и непрекидног типа. На посебном часу (који ће се одржати у школској рачунарској лабораторији) приказати да се енергија и време за дескриптивну статистичку анализу може значајно уштедети и демонстрирати најједноставније готове софтвере који све то аутоматски рачунају. Завршни део теме посветити упознавању ученика са неким од могућих расподела случајних величина (биномна, Пуасонова и нормална расподела) и демонстрацији какве врсте проблема се могу решити коришћењем својстава тих расподела, без захтева да ученици те проблеме самостално решавају.

**Елементи нумеричке математике**

У уводу ове теме подсетити ученике на основне појмове нумеричке математике који су обрађени у првом разреду (уз мање допуне): приближан број и рачун са приближним бројевима; грешке и њихова подела по пореклу, као и на апсолутну, релативну и процентуалну; заокругљивање бројева и појмови значајне и сигурне цифре; процена грешке аритметичких операција. Ученици треба да разумеју да је процена грешке обавезан део примене било које методе у нумеричкој математици.

Увести појам интерполације као посебног случаја апроксимације функција указујући на значај њене примене у пракси. Истаћи да је интерполација важна приликом вршења експеримената када за тражену функцију добијамо њене вредности у неколико тачака, а треба приближно одредити њен аналитички израз. Као примере, најпре показати како се врше линеарна и квадратна интерполација, а затим извести формулу за Лагранжов интерполациони полином произвољног степена и доказати јединственост таквог полинома. Одредити границу грешке приликом интерполације полиномом.

Указати најпре на чињеницу да за већину једначина које се појављују у пракси није могуће наћи тачна решења, већ их је једино могуће одредити приближно. Да би се решења одредила на тај начин, неопходно је најпре одредити интервале у којима се налазе, за шта се најчешће користе позната својства реалних функција. Након тога се приступа одређивању приближне вредности решења једним од метода: половљења сегмента, тангенте или модификованим методом сечице (метод регула фалси). Извести процену грешке за сваку од ових метода и указати на њихове предности и недостатке.

1. ПРАЋЕЊЕ И ВРЕДНОВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Саставни део процеса развоја математичких знања у свим фазама наставе је и праћење и процењивање степена остварености исхода, које треба да обезбеди што поузданије сагледавање развоја и напредовања ученика. Тај процес започети иницијалном проценом нивоа на коме се ученик налази. Прикупљање информација из различитих извора (свакодневна посматрања, активност на часу, учествовање у разговору и дискусији, самосталан рад, рад у групи, тестови) помаже наставнику да сагледа постигнућа (развој и напредовање) ученика и степен остварености исхода. Свака активност је добра прилика за процену напредовања и давање повратне информације, а важно је ученике оспособљавати и охрабривати да процењују сопствени напредак у учењу.

У процесу праћења и вредновања значајну улогу имају домаћи задаци. Редовно задавање домаћих задатака (уз обавезну повремену проверу од стране наставника), анализа задатака које ученици нису умели да реше, педагошка мотивација ученика који редовно раде домаће задатке... помаже наставнику да стекне бољи увид у степен остварености исхода.